

# Zur Berechnung der Masse des Fermions in einer nichtlinearen Spinortheorie

Von ARIF-UZ-ZAMAN \*

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik München  
(Z. Naturforschg. 16 a, 225–227 [1961]; eingegangen am 3. Oktober 1960)

The contraction function  $\langle 0 | T \psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(x') | 0 \rangle$  occurring in the nonlinear spinor-theory of HEISENBERG has been approximated by assuming that the density function  $\varrho(\zeta)$  contains a normal particle state at  $\zeta = \varkappa^2$  and a dipoleghost at  $\zeta = m^2$ . This assumption is slightly more general than that in the original paper where the mass of the dipoleghost was taken as  $\zeta = 0$ . The intention of the present calculation was to see whether the approximation could be improved in this way and whether a certain inconsistency mentioned in the earlier paper would disappear. The nucleon massvalue  $\varkappa_N l$  is calculated in the lowest approximation of the new TAMM–DANCOFF method. It is shown that only for  $m^2/\varkappa^2$  less than about 0.05 real values of  $\varkappa_N l$  are obtained, i. e. the dipoleghost has to be assumed at zero mass or very near to it. The inconsistency of the method mentioned in earlier work still persists.

In einer neulich erschienenen Arbeit<sup>1</sup> wurde die bei PAULI–GÜRSEY- und TOUSCHEK-Transformationen invariante Ausbreitungsfunktion

$$\tau^\nu(x_\alpha, x'_\beta) = F_{\alpha\beta}(x - x') = -\frac{1}{(2\pi)^4} \cdot \int d^4 p e^{i(p, x-x')} (\gamma, \varrho)_{\alpha\beta} \int d\zeta \frac{\varrho(\zeta)}{p^2 + \zeta} \quad (1)$$

mit den Bedingungen

$$\int \varrho(\zeta) d\zeta = 0, \quad \int \zeta \varrho(\zeta) d\zeta = 0 \quad (2 \text{ a, b})$$

approximiert durch den Beitrag eines diskreten Zustandes bei  $\zeta = \varkappa^2$ , wobei  $\varkappa$  die Nukleonenmasse ist. Die Bedingungen (2) wurden erfüllt, indem man einen „Dipolgeist“ bei  $\zeta = 0$  einführt. Der Wert der Nukleonenmasse  $\varkappa l$  wurde mit der neuen TAMM–DANCOFF-Methode in niedrigster Näherung berechnet. Das resultierende Eigenwertproblem hatte zwei Lösungen für endliche Massenwerte. Den zwei Lösungen entsprachen zwei Zustände mit verschiedener Norm. Die Näherung war deshalb nicht frei von inneren Widersprüchen.

In dieser Arbeit wird die Ausbreitungsfunktion  $F_{\alpha\beta}$  in einer etwas verschiedenen Form regularisiert. Es wird versucht, auf diese Weise Konsistenz in der niedrigsten Näherung zu erreichen. Berechnungen mit der allgemeinsten Form für  $\varrho(\zeta)$ , die nur durch (2) eingeschränkt ist, können nicht explizit ausge-

führt werden. Versuche mit einfachen Annahmen über das kontinuierliche Spektrum in  $\varrho(\zeta)$  führen ebenfalls zu großen rechnerischen Schwierigkeiten. Der einzige Fall, der sich relativ einfach behandeln lässt, ergibt sich aus der Annahme, daß nur diskrete Zustände mit positiver oder negativer Form und Dipolgeister bei verschiedenen Massen zur Ausbreitungsfunktion beitragen sollen. Wir beschränken uns auf

$$\varrho(\zeta) = l_1 \delta(\zeta - m^2) - l_2 [\zeta - (m^2 + \nu^2)] + \delta(\zeta - \varkappa^2) \quad (3)$$

und bilden später den Limes  $\nu \rightarrow 0$ . Dies entspricht einer Regularisierung mit einem Dipolgeist bei einem endlichen Massenwert  $m$ .  $l_1$  und  $l_2$  sind durch die Bedingungen (2 a, b) festgelegt. Man bekommt dann für  $F_{\alpha\beta}$  folgende Form

$$F(x - x') = -\frac{(\varkappa^2 - m^2)(\varkappa^2 - m^2 - \nu^2)}{(2\pi)^4} \cdot \int d^4 p \frac{e^{i(p, x-x')} (\gamma, p)}{(p^2 + \varkappa^2 - i\delta)(p^2 + m^2 - i\delta)(p^2 + m^2 + \nu^2 - i\delta)} \cdot \text{Lim}_{\delta \rightarrow 0} \quad (4)$$

Die Funktion  $F_{\alpha\beta}$  in der Gl. (108) (s. Anm.<sup>1</sup>) ist in (4) als Spezialfall für  $m = 0$  enthalten.

Mit der Ausbreitungsfunktion (4) und der nichtlinearen Gl. (1) (s. Anm.<sup>1</sup>) bekommen wir mit der selben Methode und Schreibweise wie bei DÜRR<sup>1</sup> folgende Eigenwertgleichung für das Spinorteilchen

$$(\gamma, J) \tau = \frac{l^4 (\varkappa^2 - m^2)^2 (\varkappa^2 - m^2 - \nu^2)^2}{(2\pi)^8} \cdot \int \int \frac{d^4 q d^4 r (M_1' + M_2' + M_3')^{\frac{1}{2}} \tau}{\{(q - r + J)^2 - i\delta\} (q^2 + \varkappa^2 - i\delta) (r^2 + \varkappa^2 - i\delta) (q^2 + m^2 - i\delta) (r^2 + m^2 - i\delta) (q^2 + m^2 + \nu^2 - i\delta) (r^2 + m^2 + \nu^2 - i\delta)} \cdot \text{Lim}_{\delta \rightarrow 0} \quad (5)$$

\* Beurlaubt von der Pakistanischen Atom-Energie-Kommission Karachi.

<sup>1</sup> H.-P. DÜRR, W. HEISENBERG, H. MITTER, S. SCHLIEDER u. K. YAMAZAKI, Z. Naturforschg. 14 a, 441 [1959].



$J$  ist der Viererimpuls des Nukleons und

$$M_1' = 24(r, \gamma)(q, q - r + J), \quad (6)$$

$$M_2' = 16(r, \gamma)(q, q - r + J) + 8(r, q)(\gamma, q - r + J),$$

$$M_3' = 8(r, \gamma)(q, q - r + J) + 16(r, q)(\gamma, q - r + J).$$

Wir verwenden die Identität

$$\frac{1}{(q^2 + m^2 + \nu^2 - i\delta)(q^2 + m^2 - i\delta)} = \int_0^1 \frac{ds}{(q^2 + m^2 + \nu^2 s - i\delta)^2} \quad (7)$$

und definieren eine Größe  $K$  durch

$$K = \int_0^1 ds dt \int \int \frac{d^4 q d^4 r (-i)(\gamma, q - r + J)}{\{(q - r + J)^2 - i\delta\}(q^2 + \nu^2 - i\delta)(r^2 + \nu^2 - i\delta)} \frac{1}{\{q^2 + (a, q) + m^2 + \nu^2 s - i\delta\}\{r^2 - (b, r) + m^2 + \nu^2 t - i\delta\}}, \quad (8)$$

so können wir die rechte Seite von (5) durch die Größen

$$\left\{ \frac{\partial^2 K}{\partial a_\mu \partial b_\nu} \right\}_{a=b=0} \equiv T, \quad (9a)$$

$$\frac{1}{4} \text{Sp} \left\{ \gamma_\mu \frac{\partial^2 K}{\partial a_\mu \partial b_\nu} \right\}_{a=b=0} \gamma_\nu \equiv S \quad (9b)$$

ausdrücken. Integriert man über die Viererimpulse  $q$  und  $r$  mit der FEYNMAN-Methode, so sieht man, daß

$$S = T = -\frac{i\pi^4}{\nu^4} (J, \gamma) L'(X^2, \varepsilon^2, \varphi^2). \quad (10)$$

Dabei ist

$$L'(X^2, \varepsilon^2, \varphi^2) = \int_0^1 ds dt dz d\omega \frac{\omega(1-\omega)}{z(1-z)} \int_0^z u du \int_0^{1-z} v dv \cdot \frac{1}{\{1-\omega X^2 z(1-z) - v(\varepsilon^2 - \varphi^2 t) - u(\varepsilon^2 - \varphi^2 s)\}} \quad (11a)$$

$$\cdot \left\{ 3 + \frac{2 X^2 \omega z(1-z)}{\{1-\omega X^2 z(1-z) - v(\varepsilon^2 - \varphi^2 t) - u(\varepsilon^2 - \varphi^2 s)\}} \right\},$$

wobei  $X^2 \equiv -J^2/K^2$ ,  $\varepsilon^2 \equiv 1 - m^2/\nu^2 \equiv 1 - \vartheta^2$

$$\varphi^2 \equiv \nu^2/\nu^2. \quad (11b)$$

Also nimmt die Eigenwertgleichung die Form an

$$(\gamma, J) \left[ 1 + \left( \frac{\nu l}{4\pi} \right)^4 24 L(X^2, \varepsilon^2, \varphi^2) \right] \tau = 0. \quad (12a)$$

Dabei ist  $L = \varepsilon^4 (\varepsilon^2 - \varphi^2)^2 L'$ . (12b)

Man stellt leicht fest, daß  $L(X^2, \varepsilon^2, \varphi^2)$  für  $X^2 = 0$  für alle  $\varepsilon^2$  und  $\varphi^2$  positiv ist und für  $X^2 \rightarrow \infty$  wie  $1/X^4$  verschwindet. Für die weitere Behandlung wird  $\nu$ , d. h. die Differenz der Massen des Geisterzustandes und des Normalzustandes der Masse  $m$ , gleich Null gesetzt. Wir beschränken uns also auf  $\varphi^2 = \nu^2/\nu^2 = 0$ . Die Integration über  $s$  und  $t$  ist dann einfach ausführbar. Wir integrieren über  $v$  und  $u$  und erhalten eine Summe von Integralen über  $\omega$  und  $z$

$$L = L_1 + L_2. \quad (13)$$

$L_1$  konvergiert für  $X^2 > 0$ , ist aber kompliziert und wurde mit Hilfe der Rechenmaschine G 2 des Max-Planck-Instituts für Physik und Astrophysik für verschiedene Werte von  $\varepsilon^2$  und  $X^2$  numerisch ausgewertet. Der Integrand von  $L_2$  hat für  $\lambda = \frac{4\vartheta^2}{X^2} < 1$  zwei Pole im Integrationsgebiet. Nimmt man den CAUCHY-Hauptwert, so erhält man nach einiger Rechnung geschlossene Formen für  $L_2(\lambda < 1)$  und  $L_2(\lambda > 1)$ . Außerdem ist

$$L_2_{\lambda \rightarrow 1+0} = L_2_{\lambda \rightarrow 1-0}, \quad (14)$$

so daß  $L_2$  für alle Werte von  $\vartheta^2$  eine stetige Funktion von  $X^2$  ist. Die Formen von  $\frac{1}{\varepsilon^4} L_2$  und von  $L(X^2, \varepsilon^2)$  sind aus Abb. 1 und 2 ersichtlich.

Die Resultate der früheren Arbeit<sup>1</sup> entsprechen dem Fall  $\vartheta^2 = m^2/\nu^2 = 0$ .  $L(X^2, \varepsilon = 1)$  ist für  $X^2 = 0$  unendlich. Mit anwachsenden  $\vartheta^2$  werden die Extrema flacher und verschieben sich in Richtung größerer  $X^2$ -Werte. Aus der analytischen Form von  $L_1$  und  $L_2$  findet man

$$L \rightarrow 0-, \quad \text{für } X^2 \rightarrow \infty.$$

Man sieht, daß  $L(X^2 = 1)$  nur für ganz kleine  $\vartheta^2$  negativ werden kann, so daß das Eigenwertproblem reelle Lösungen für  $\nu l$  nur für etwa  $\vartheta^2 < 0,05$  besitzt.

Zum Beispiel ist für  $\varepsilon^2 = 0,98$ ,  $\vartheta^2 = 0,02$ ,

$$L(X^2 = 1) = 0,37, \quad (15)$$

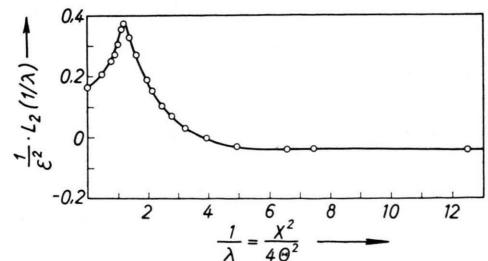
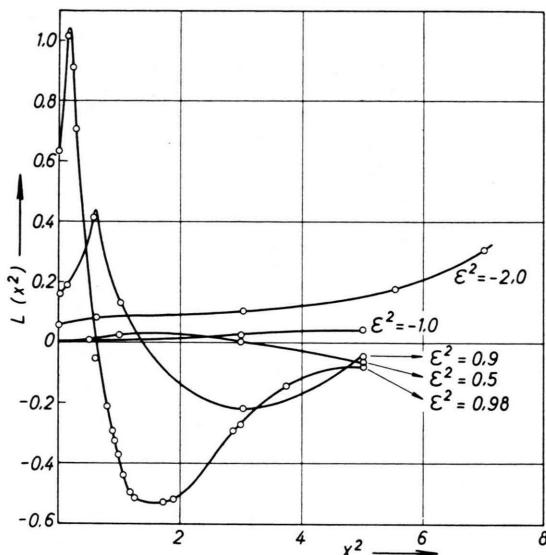


Abb. 1.  $(1/\varepsilon^2) \cdot L_2(1/\lambda)$  als Funktion von  $1/\lambda = X^2/4 \Theta^2$

Abb. 2.  $L(X^2)$  für verschiedene  $\varepsilon^2$ .

und man findet aus (12)  $\varkappa_N l = 7,28$ . Der frühere Wert für  $\varkappa_N l$  (bei  $\vartheta^2 = 0$ ) ist 6,39. Die linke Seite in Gl. (12) verschwindet für  $\varkappa_N l = 7,28$  auch bei  $X^2 \approx 2,55$ . Der betreffende Zustand hat eine Norm, die das entgegengesetzte Vorzeichen wie die des Zu-

standes mit  $X^2 = 1$  hat. Gl. (12) hat auch eine Lösung bei  $X^2 = 0$ . Die Inkonsistenz der früher angegebenen Arbeit bleibt daher bestehen und kann nicht durch Wahl irgendeiner Masse  $m$  eliminiert werden. Die Form (3) für  $\varrho(\zeta)$  mit (2 a, b) bedeutet einen Geisterzustand zwischen zwei normalen Zuständen. Mit  $\nu^2 \rightarrow 0$  erhalten wir einen normalen Zustand und einen Dipolgeist. Die resultierende Eigenwertgleichung gibt dagegen einem Geisterzustand oberhalb des Zustandes mit endlicher Masse und einen Zustand bei  $X^2 = 0$ .

Im Prinzip kann Konsistenz nur erreicht werden, wenn die Lösung für den unteren Massenwert bei mit dem Nukleonenzustand identifizieren kann und wenn die Lösung für den unteren Massenwert bei der Masse  $m$  des Geisterteils des Dipolgeistes auftritt. Die Masse des anderen Teils des Dipolgeistes ist dann die Lösung für  $X^2 = 0$ . Diese Bedingungen können nicht erfüllt werden, auch wenn wir  $\nu^2$  klein, aber endlich wählen.

Herrn Professor HEISENBERG, Herrn Dr. DÜRR und Herrn Dr. MITTER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für zahlreiche Diskussionen. Ich danke ferner Herrn Professor BIERMANN für die freundliche Erlaubnis zur Benutzung der Rechenmaschine G 2. Mein Dank gebührt außerdem dem Deutschen Akademischen Austauschdienst für ein Stipendium.

## Bestimmung von Wirkungsquerschnitten einiger Kernreaktionen durch 14 MeV-Neutronen nach einer Aktivierungsmethode

Von H. POLLEHN und H. NEUERT

Aus dem Physikalischen Staatsinstitut, I. Institut für Experimentalphysik, Hamburg  
(Z. Naturforsch. **16 a**, 227—231 [1961]; eingegangen am 14. Januar 1961)

Mit den 14-MeV-Neutronen einer D-T-Anlage wurde eine Reihe von Wirkungsquerschnitten von  $(n, p)$ -,  $(n, \alpha)$ -,  $(n, 2n)$ - und  $(n, \text{He}^3)$ -Reaktionen bei Fe, Al, Cu, Ce und Cs gemessen. Der Wirkungsquerschnitt wurde aus der entstehenden Radioaktivität durch Auszählung der mit einem NaJ(Tl)-Bohrlochkristall registrierten  $\gamma$ -Strahlen und aus dem berechneten Ansprechvermögen des Bohrlochkristalls ermittelt.

Der Wirkungsquerschnitt von durch Neutronen ausgelösten Neutronen wird vielfach aus der entstandenen Radioaktivität des beschossenen Materials bestimmt. Die häufig angewandte Methode der Bestimmung der Aktivität aus der Messung der  $\beta$ -Strahlung führt wegen der Vielzahl der nebeneinander auftretenden Prozesse und wegen der Selbstabsorption im Target selbst bei Berücksichtigung der unterschiedlichen Halbwertszeiten der Aktivitäten oft zu Schwierigkeiten in der Auswertung. Diese Schwierigkeiten wurden teilweise überwunden:

1. Durch Verwendung angereicherter Isotope.
2. Durch Verwendung nur dünner Substanzproben. Dieses Verfahren setzt meist hohe Neutronenintensitäten voraus.
3. Durch eine chemische Trennung der durch den Beschuß entstehenden Elemente.

Ein weiteres Meßverfahren besteht daher darin, daß auf die Messung der  $\beta$ -Strahlung ganz verzichtet und die Aktivität nur aus einer gleichzeitig emittierten  $\gamma$ -Strahlung ermittelt wird. Die  $\gamma$ -Strahlung wird dabei mit einem NaJ(Tl)-Szintillationskristall